## 吸引領域サイズの拡大を目的関数としたシステムの幾 何形状・制御系の準同時最適化手法の確立と実証

名古屋大学 工学研究科航空宇宙工学専攻\*

山口 皓平

#### 1. はじめに(背景と課題,本研究の着想)

近年,複雑な電子制御により高度な機能を獲得する機械システムが登場している.例えば2001 年に登場した倒立振子型の移動ロボットセグウェイは,不安定性を巧みに利用することで新し い移動の形態を示した.また他の例では,近年特に研究開発・発展の目覚ましい,変形機構を有 する垂直離着陸航空機(VTOL機)が挙げられる.飛行中にロータのみの角度を変更する機能を 有するティルト・ロータ機(米軍 V-22 オスプレイなど)や,ロータを取り付けた主翼ごと角度 変更する機構を有するティルト・ウィング機は,ロータの角度を切り替えることで高効率水平 飛行(固定翼機モード)と垂直離着陸(回転翼機モード)の2つの機能を両立している.低速飛 行時において固定翼機は空力による固有安定性を失うが,VTOL 機は適切な制御系設計によっ てホバリング機能の獲得を可能としている.これらの例のみならず,様々な分野において機械 システムの高機能化が進み,実際に応用される場面が見られる.

上記に述べた機械システムの複雑化においては、不安定性の克服し場合によっては不安定性 を積極的に利用することで新たな機能が実現されている.このように獲得した優れた機能が実 際の製品に実装され社会で運用されていくためには、安全性の確保および信頼性の獲得が必須 条件となる.また、我々の生活の中での波及効果という意味では、コストとのバランスも考慮 されなければならない.例えば、複雑化の過程で増大した運動の自由度の制御を行うためには、 十分な数のアクチュエータを設けることで対象を厳密に線形化することが考えられる.しかし アクチュエータ数の増大は同時にコストや質量の増大を招くことから、実際はより少ないアク チュエータで対象を制御する必要性も予想される(劣駆動系).

本研究では、対象システムの制御性能を決定する要素として、システムの幾何的な「形状」と 制御則設計といった「制御」の2つの要素に着目する.形状は、アクチュエータの位置や取り付 け角度、更にはシステム本体のサイズといったハードのパラメータを示す.一方で制御は、制 御則の種類やゲインの値といったソフトのパラメータを示す.これら2つの要素はある程度の 独立性を持って設計されることが多いが、これらが互いに影響を及ぼしあうことは古くから指 摘されており、90年代から2000年代には形状と制御を同時に最適化する試みも見られる1)2). これら先行研究は形状と制御の要素を評価する関数を独立に設定し、それらに重みをかけて和 をとることで、形状、制御の同時最適化の評価関数を作成する手法を採用し、一定の成果を得 ている.しかし、形状、制御で関数が独立に設計されている点、評価関数を作成する際に用いる 重みの設定に恣意性が残る点を課題として挙げることができる.そこで本研究では、吸引領域

(DOA: Domain of Attraction)と呼ばれる安定領域のサイズという単独の要素でシステムの形状・ 制御を評価することで上記の問題を解決し,最適設計手法として定式化することを目指した.

# 2. 吸引領域と領域に内接する超球半径を用いたサイズ推定技術

本研究においてシステムの性能評価に用いる吸引 領域は、システムの平衡点周りに存在する安定領域 である。例として、図1に2つの状態変数(x<sub>1</sub>, x<sub>1</sub>) を持つシステムの吸引領域を示す。図1のカラーコ ンタは、それぞれの状態量の組み合わせが原点に収 束するまでの時間を示している。図1にあるように、 原点から特定の形状を持った領域内部に存在する状 態を初期値に取る場合、それらはある時間経過後に 原点に収束する。この領域が吸引領域である。一方、



原点に収束する.この領域が吸引領域である.一方,吸引領域外に存在する状態を初期値とす ると、それらは時間と共に原点に収束せず発散する.

吸引領域は、平衡点にあるシステムの状態量が何らかの要因で平衡点を逸脱した場合に普及 することのできる範囲を直接表している.つまりあるシステムの吸引領域サイズが大きいほど、 そのシステムは平衡点からの逸脱に対する耐性が高いということになる.また、この吸引領域 の形状はシステムの幾何的な形状と制御の両方に影響されて変化することから、吸引領域サイ ズを評価関数としたシステムの形状制御同時最適化手法を構築することが可能となる.

吸引領域は、システム有する状態量の数と同じ次元を持つ空間で定義される図形となる.本 研究ではより複雑な機械システムを対象とした同時最適化を想定するため、吸引領域が高次元 空間で定義される複雑な図形となることが考えられる.よって、平衡点周りの膨大な初期値を 全て数値積分する Monte-Carlo 手法の適用は計算コストの面から現実的ではない.そこで本研究 では、システムの平衡点を中心とする超球表面に分布する状態量の収束性を調査し、この超球 半径を探索アルゴリズムで更新することで、吸引領域に内接する超球の半径rboaを領域サイズ として求める推定手法を提案した.超球を用いることで得られる領域サイズは領域と平衡点と の最小距離となることから、推定手法としての性能は保守的である.一方で、形状・制御が性能 に与える影響を評価する指標としてこの保守性を有効活用することが可能となる(後述).

#### 3. 形状・制御系パラメータの準同時最適化手法

2の吸引領域サイズ推定手法を用いたシステムの 最適設計手法の概念を図 2 に示す.本手法は,吸引 領域サイズの最大化を目的関数とした形状パラメー タおよび制御系パラメータを探索する2つの最適化 計算プログラムから成り,これらを対象システムに対 して繰り返し適用することでシステムの形状要素と 制御要素を準同時的に最適化する.先に述べたよう に,提案する推定手法で得られる内接超球の半径は,



図 2 提案する形状・制御の準同時 最適化手法の概要

吸引領域サイズの推定結果としては保守的な値となる.ただし、内接超球半径を求めることは 対象システムが平衡点の逸脱に対して最も弱い状態量変化の組み合わせを明らかにすることと 全く同じ意味であり、従って最適化計算ステップのたびにこの値を改善することになる.計算 ステップ毎に最も脆弱な組み合わせが改善されることから、対象システムの安全性を高めると いう観点で実用的な手法となることが期待できる.また、形状パラメータと制御パラメータに おいて値域の範囲が異なることから、全てのパラメータを一度に最適化するのではなく、別々 に繰り返し最適化する準同時的手法とした.ここでは、形状パラメータを最適化するステップ をG-step(geometric parameter から)、制御系パラメータを最適化するステップをC-step(Controller parameter から)とそれぞれ名付けた.また、各パラメータの探索アルゴリズムには逐次二次計 画法(SQP: Sequential Quadrtic Programming)を用いるものとした.つまり、形状または制御の あるパラメータに対して内接超球半径を用いた吸引領域のサイズ推定を行い、その結果を SQP の評価関数として用いることで逐次的に最適なパラメータを求める.

本手法を形状・制御の最適化計算に使用した結果について述べる.図3は6発ロータ型のマ ルチロータ航空機に形状・制御準同時最適化手法を適用した結果である.マルチロータ機は初 期状態において全てのロータが垂直上向に取り付けられたオーソドックスな形状であったが, 手法を適用することでロータの取り付け角度とロータ取り付けアームの長さが最適化され,平 衡点からの状態量の逸脱に対する耐性が向上した.特に,長いアームの先端についたロータは 大きなコントロールモーメントを発生させることから姿勢制御に,短いアームのロータはホバ リング用の推力発生の役割を担っている.このような最適形状が,本手法の適用により自動的

に得られた.このことは、図 4 に示す吸引領域の変化 にも現れている.図 4 におけるxyz軸はマルチロータ の初期位置の変化に対応しており、マーカの色はその 位置から平衡点へと復帰するまでに必要な時間を意味 している.初期状態の図 4a と最適化後の図 4b を比 較すると、平衡点である原点を中心とした吸引領域が 拡大している様子が観察できる.この他、宇宙探査機







図 4 最適化前後における吸引領域の変化

の形状・制御同時最適化にも本手法を適用し、その有用性を確認した(誌面の都合上割愛).

### 4. 形状・制御準同時最適化手法の改良とソフトウェア化, 倒立振子ロボット Pendubot の 最適設計への適用

これまでの検討で,吸引領域を用いた機械システムの形 状・制御の準同時最適化手法の可能性を示すことができ た.本節では,得られた知見をもとにした最適化手法の改 良とソフトウェア実装,さらに Pendubot 最適設計への適 用結果について述べる.

まず,最適化計算の結果を可視化する方法として,位置 や速度など元々の状態量 $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ から新たな基底ベ クトル $(q_1, q_2, \dots, q_n)$ を作成する手法を提案した.これは,

システムの平衡点から吸引領域の境界までの最も近い点



図 5 Pendubot のスケッチ

までのベクトルを1本目の基底ベクトルq<sub>1</sub>とし、それと直行するように状態量の数だけ新たな 規定ベクトルq<sub>2</sub>,q<sub>3</sub>,…,q<sub>n</sub>を次々に作り出すものである. 2~n番目のベクトルの作成には、Gram-Schmid の方法を用いた.本改良により、吸引領域と超球の接点が新たな基底ベクトルq<sub>1</sub>が存在 する軸上に必ず存在することが保証される.次に、超球表面に初期値を分布させる Monte-Carlo 法の改良を行った. Monte-Carlo 法の実行毎に乱数シードを更新していたこれまでの方法から、 計算開始時点で取得したシードをGS-iterationが終了するまで使い続ける方式への変更を行なっ たことで計算が安定し、繰り返し計算毎に吸引領域が拡大することを確認した.なお、本改良 はあくまで提案する最適化のアルゴリズムを安定させるためのものであり、得られた結果に対 して十分なシミュレーションなどによる吸引領域サイズの最終確認を行う必要があることを申 し添える.このほかにも、Intel One API の ifort (Fortran コンパイラ)を採用することによる計 算の高速化、メニーコア CPU (Ryzen Threadripper 5995WX Pro)計算機を用いた並列計算能力の 強化といった改良を施した.

改良した形状・制御準同時最適化手法を Pendubot の最適化に適用した結果について述べる. Pendubot (図 5) とは倒立振子型ロボットの一種であり,モータと接続されたリンクの上に,1 軸回りにフリー回転する関節を介して複数のリンクが接続された構造を持つ.アクチュエータ が第一リンクに接続されるモータのみであることから,制御自由度が運動自由度の数を下回る 劣駆動系であり,非線形問題のベンチマークとしての有用性が知られている.今回は,4つの リンクを持つ4重 Pendubot を対象にした最適設計に提案手法を適用した.リンク長の合計を80 cm とし,各リンクの長さを最適化の形状パラメータとしている.なお,各リンク長の初期値は 全て等しく20 cm とした.また制御系パラメータに関しては,2次線形レギュレータの重みを 決定する2つの行列Q,Rの対角成分の値とした.これらの設定をもとに,G-step と C-step をそれ ぞれ 10 回適用する最適化を行った.



図 7は最適化後の Pendubot の形状,図 8 は吸引領域の変化である. なお,図 7 において赤 で示された関節でリンクがモータと接続されており,緑の関節はアクチュエータがなく単にロ ータリエンコーダを介したフリーの接続がなされていることを意味している.図 7 より,第3 リンクが長く第2,第4 リンクが極端に短い構造となったことが分かる.より具体的には, $l_1 = 0.199 \text{ m}$ ,  $l_2 = 0.05 \text{ m}$ ,  $l_3 = 0.499 \text{ m}$ ,  $l_4 = 0.0522 \text{ m}$ である.本計算では1リンクの最大長さ を 0.5 m,最小長さを 0.05 m としており,リンク2 はこの下限に一致する長さとなった.また,最適化された重みは $Q = [500 34.0 353 84.2 28.3 154 6.37 332]^T$ , R = 132となった. 図 8 は最適化計算前後における吸引領域の変化であり,今回新たに作成した基底ベクトルのう  $5q_1 eq_2$ 及び $q_1q_3$ に対する可視化を行っている.これらのベクトルが張る空間において吸引領域は元々図 8a, c のような超球が内接しており  $r_{DOA} = 0.042$ であったが,最適化によって図 8b,d のようなり, $r_{DOA} = 0.14$ まで3倍以上に拡大したことがわかる.なお,図 8b,d では最適化 前に領域に内接していた超球を併せて可視化している.また,最適化後の吸引領域は基底ベクトル $q_3$ の軸方向に長い形状をしていることから,この方向に対する状態量の変化に対しては特に耐性が大きいことが分かる.次に,各 G-step, C-step における吸引領域サイズの変化を図 6

に示す. 乱数シードの値 を最適化計算において 固定したことで最適化 計算が安定し, GCiteration の各ステップに おいて吸引領域のサイ ズ拡大が達成されてい ることがわかる. 一方





図 9 Pendubot システムの設計図

で,最も大きな拡大効果は最初の G-step および S-step において達成されており,それ以降の吸 引領域拡大効果は1ステップ目と比較すると限られていることも同様に判明した.

#### 5. Pendubot 実験システムの設計と実作

開発した最適設計ソフトウェアによる効果の実証する目的で,実験用のPendubot システムを 開発した.3D CAD を用いて作成した設計図を図 9 に示す.本システムは,DC モータ固定用 の台座,DC モータ,倒立振子部分から構成される.図 9a は正面全体像,b は背面図である. モータと倒立振子部分は専用のジョイント(赤部分)で接続される.また倒立振子の関節に当 たるジョイント部はA,B2種の部品で構成され,これらは2個のボールベアリングで滑らかに 接続される(図 9c).加えて部品Aの内部にはロータリエンコーダの格納スペースを設けてお り,エンコーダの先端のみが部品Bにビスで固定される.本設計により,エンコーダに負担を かけることなく関節部分の可動と回転角度の取得が可能となる.リンクを構成する部品は2つ であり,ジョイント部品基部を前後から挟み込んでビス止めする方式を採用した.なお図9は 紙面の都合上2リンク構成としたが,関節部分の接続規格を共通化しているため,必要に応じ てリンクおよび関節数を追加することが可能となっている.

図 10 は本設計をもとに 3D プリンタなどを用いて実作した Pendubot 実験システムの写真で あり,図 9 と同じリンク長の組み合わせで作成した.基本的には設計図通りに完成し,関節の 動作にも問題がないことを確認している.なお,実験装置を構成するにあたって用いたモータ は Maxon 社製 DCX32L (アイドル回転数 7,780 rpm,定格トルク123 m・Nm)に 28:1の減速ギ ヤを取り付けたものを採用した.また,各リンクの回転角度取得にはマイクロテックラボラト リー株式会社製の MEH-9-P を採用した.さらに,3D プリンタの素材には PLA (ポリ乳酸)フ ィラメントを採用している.



図 10 実作した Pendubot 実験システム

#### 6. Pendubot 実験システムの最適設計結果および実証実験の現状

4 で開発した形状・制御の準同時最適設計ソフトウェア、5 で開発した Pendubot 実験システムを用いた実験機開発を行った.最適化の対象は、3 つのリンクと2 つの関節を持つ3 重Pendubot とした.先の検討から4 重 Pendubot の吸引領域が $r_{DOA} = 0.14$ と実験装置の規模に対して倒立中に許容される関節角度の変化が小さくなることが理由である.本研究で開発した最適設計ソフトウェアを適用した結果、それぞれのリンク長は $l_1 = 300$  mm、 $l_2 = 130$  mm、 $l_3 = 170$  mm、 $r_{DOA} = 0.370$ となった.ただし、全てのリンクを足した合計長を 600 mm に制限し、全てのリンク長の初期値を 200 mm として最適化を開始している.図 11 は、最適化結果を元に作

成した実験系である.本体の制御はシングルボード コンピュータ(Raspberry Pi)で行い,各リンクとDC モータのエンコーダから の信号を受信し制御信号 を生成する.Pendubotの制 御はモータドライバを介 して行い,RaspberryPiのア ナログ信号情報と正転/反 転信号を元にDCモータを 駆動する.また,制御用プ ログラムの開発・修正には 別のPCを用意した.なお,



図 11 最適設計した 3 リンク Pendubot と実験装置

図 11 は写真撮影用の装置配置である.実際の実験においては Pendubot 本体を正面に見る位置 (紙面手前位置)に Pendubot 本体以外の機器を配置する.関節部分のロータリエンコーダから 伸ばしたリード線がリンク部分に絡まることを避けるためである.

なお本件については、残念ながら Pendubot の倒立状態の実現に至っていない. リンク部分の 質量や慣性モーメントといった実際の物理値のシミュレーションとの差異、実験装置の微修正 などに起因するパラメータ値の変化、さらにリンク部分の摩擦係数推定の難航などが主な要因 である.

#### 7. まとめ

本研究では、複雑な機械システムの性能向上を目的とした最適設計を行うため、吸引領域の サイズ拡大を目的関数とした形状・制御パラメータの準同時最適化手法を提案した.通常,吸 引領域の形状推定は計算コストの非常に大きな問題となるが、領域に内接する超球の半径を求 める間接サイズ推定手法を用いることで、形状と制御系パラメータの最適化計算が可能な程度 に計算を高速化した.また,形状と制御系パラメータの最適化を繰り返す GC-iteration を提案し, 実際に最適化が可能であることを示した.この手法は研究期間内にさらに改良され,新たな基 底ベクトルを生成しそれらが張る空間であらためて吸引領域を可視化することを提案した.実 際に吸引領域の可視化結果が改善しただけでなく、領域が広がる方向(つまり平衡点からの状 態量の逸脱に対して耐性の高い状態量の組み合わせ)を視覚的に理解することが可能となった. また,実証実験に向けて多重倒立振子の一種である Pendubot システムの設計と開発を行なった. Pendubot は単一の DC モータと複数のリンクからなる劣駆動系であり、非線形問題のベンチマ ークとして有用である.ジョイント部品を共通規格化し 3D プリンタで簡単に印刷可能な工夫 を行うことで、必要に応じて柔軟に実験系を構成することを可能とした.また、実際に3Dプ リンタを用いた制作を行った. 最後に,実証実験として3リンクを有する Pendubot の最適設計 と実作を行なった.実験装置は完成したものの,各種物理パラメータの推定がうまくいかず, 研究期間内に倒立状態を達成することができなかった.研究期間後となってしまうが、倒立状 態の達成と提案手法の適用によって実際に性能が向上していることの確認を進めていく.

#### 謝辞

本研究を進めるにあたり,名古屋大学大学院工学研究科,航空宇宙工学専攻修士の学生の皆 様にご協力いただきました.感謝申し上げます.

#### 参考文献

- 1) 大日方五郎, "構造系と制御系の同時最適設計問題,"計測と制御, vol. 36, no. 4, pp. 254-261, 1997.
- 石井千春,橋本洋志,山本重彦,"構造/制御系の同時最適設計による2連倒立振子の重心位置決 定及びその安定化制御,"日本機械学会論文集(C編),vo.71, no.711, pp. 3138-3145, 2005.