

流動複屈折法による流体応力場計測データの実験的検証

名古屋工業大学 大学院工学研究科 機械工学専攻

武藤 真和

1. はじめに

工学分野のみならず医学分野において、流体応力場を把握することは重要である。例えば、日本の主要な死因である脳卒中では、血管に作用する壁面せん断応力が発症要因として有力視されている^{1,2)}。一方で流体応力場の調査では、非定常・非接触に実験計測する手法が圧力センサーなどの点計測手法を除いて存在しないため、数値流体解析 (CFD) に頼らざるを得ないのが現状である。また、流体応力場を求めるために、流速場の実験計測データに応力構成方程式を適用するが、血液のような非ニュートン流体の応力構成方程式は研究段階にある³⁾ため、流速場から応力場を正確に求めることができない。

そこで著者は、流体応力場の非定常・非接触な計測手法の構築に向けて、高速度偏光カメラを用いた流動複屈折法^{4,5)}に着目した。流動複屈折法とは固体の応力場の光学的可視化手法として知られる光弾性法に基づいた計測手法である。著者は、本手法により流体応力場の非定常・非接触な面計測を達成してきたが、一方で、その流体応力場の信頼性検証については数値計算結果との比較に限られていた。

本研究では、高速度偏光カメラを用いた流動複屈折法の信頼性確認に向けて、同一の流れ場を PIV 法と流動複屈折法により複合計測し、両者の実験計測データから流速場と流体応力場の関係を調査することを目的とした。

2. 流動複屈折計測法

流動複屈折計測システムの概略図を図 1(a)に示す。ガラス製矩形流路 ($2 \times 2 \times 140 \text{ mm}^3$) 内を流れる作動流体の様子を高速度偏光カメラ (CRYSTA PI-1P, 株式会社フォトロン) により計測する。本手法では、円偏光光源からの光が計測試料を透過した際の偏光状態を計測する。偏光とは光の振動方向が規則的、あるいは偏っている状態を指し、光の振動方向により屈折率が異なる性質を複屈折という。作動流体は、NaI (よう化ナトリウム) と、配向複屈折を示す高分子結晶⁵⁾である CNC (セルロースナノクリスタル) を純水に添加することで調合した。作動流体に NaI を添加する理由は、ガラス製矩形流路と作動流体の屈折率を一致させる index matching を導入し、流路壁面における反射を低減させるためである。NaI 濃度は 53.69 wt%，CNC 濃度は 0.1 wt%⁵⁾とした。高分子結晶は通常ランダムに配向するが、応力負荷により高配向状態となることで複屈折を発現する⁶⁾ (図 1(b))。

複屈折物質を透過した偏光は、振動面の異なる光の伝播速度に差異が生じ、位相差 δ が生じる。位相差 δ は、複屈折 δn を光軸方向に積算した値であり、光軸に垂直な二次元断面の主応力差 σ_d と比例関係にあることが応力光学則⁷⁾として知られている (式 (1))。

$$\delta = \int \delta n \, dz = C \int \sigma_d \, dz \quad (1)$$

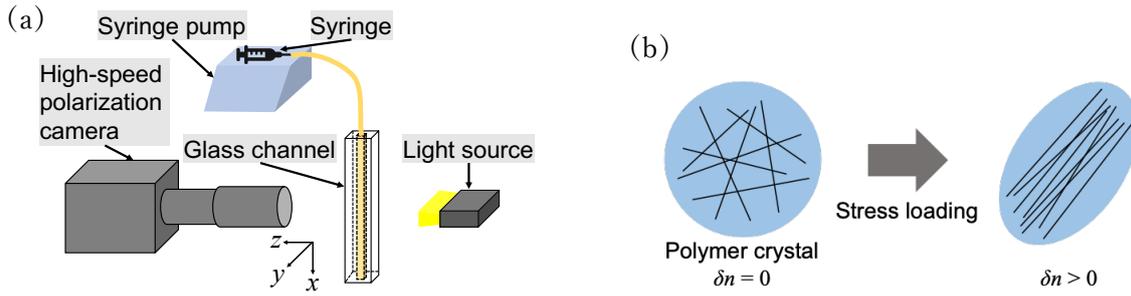


図 1. (a) 実験装置の概略図. (b) CNC の配向に起因した複屈折.

ここで, z は光軸方向, C は応力光学係数である. 位相差を計測する高速度偏光カメラには, 画像センサの各ピクセルに異なる 4 方向の直線偏光子が付属する. 隣り合う 2×2 の 4 つの偏光子は全て異なる偏光方向 $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ を向き, 各々の輝度 I_1, I_2, I_3, I_4 を同時検出する. 透過光の輝度値を高速撮影し, 式 (2) および 式 (3) から位相差 δ および主軸方位 φ の算出が可能である. なお, λ は光源の波長であり 525 nm である.

$$\delta = \left(\frac{\lambda}{2\pi} \right) \sin^{-1} \frac{\sqrt{(I_3 - I_1)^2 + (I_2 - I_4)^2}}{(I_1 + I_2 + I_3 + I_4)/2} \quad (2)$$

$$\varphi = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{I_3 - I_1}{I_2 - I_4} \quad (3)$$

3. PIV 計測による流速場

PIV 法では, 粒子像の連続画像を撮影し, その時間変化から流速を求める. 作動流体は, NaI・トレーサー粒子 (ナイロンパウダー)・粒子分散用の少量の非イオン界面活性剤を純水に添加することで調合した. NaI 濃度は 53.69 wt\% , 粒子濃度は NaI 水溶液に対して 400 ppm とした.

PIV 計測では, 10 倍と 40 倍の 2 種類の拡大率で計測を実施した. 拡大率 10 倍での計測結果を述べる. 作動流体をガラス製矩形流路に流した際の流路の撮影画像を図 2(a) に示す. また, 計測画像の画像解析により得られた流速分布を図 2(b) に示す. グラフの横軸は流路幅方向 y , 縦軸は流速 u である. なお, 横軸 y は流路半幅 w で正規化しており, $y/w = 0$ が流路中心, $y/w = \pm 1$ が流路壁を指す. 黒の実線は実験条件に対応する流速分布の理論解^{8,9)}(式 (4) および式 (5)) を示す.

$$u(y) = \frac{64q}{w^2\pi^3K} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+3)^3} \left[1 - \frac{\cosh \frac{(2n+1)\pi y}{2w}}{\cosh \frac{(2n+1)\pi}{2}} \right] \quad (4)$$

$$K = \frac{16}{3} - \frac{1024}{\pi^5} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^5} \tanh \frac{(2n+1)\pi}{2} \quad (5)$$

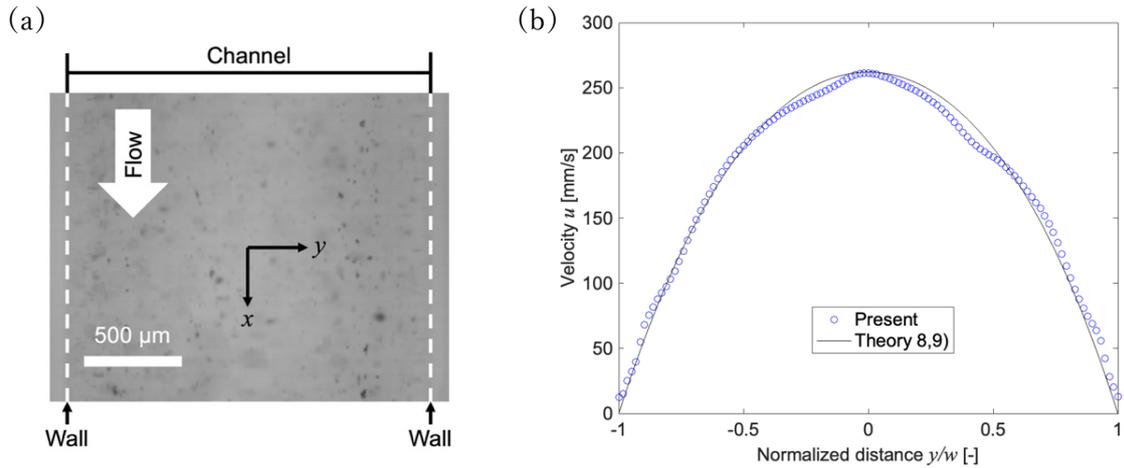


図 2. (a) PIV 計測画像. (b) 流速のラインプロファイル.

流速分布 (図 2(b)) において, 流速の計測結果と理論解が良好な一致を示した. 計測結果が理論解と若干異なる原因として, 流路をレーザーで光切断していない点が考えられる. 光切断を行っていないため, 被写界深度内の光軸奥行方向に存在する壁面近傍の粒子も観測され, それらの粒子が影響を及ぼしている可能性がある.

4. 流動複屈折法による流体応力場

異なる流量 10, 20, 30 mL/min における作動流体の位相差の可視化画像を図 3 に示す. 拡大率 10 倍および拡大率 40 倍での計測結果 (図 3(a)および図 3(b)) において, 流量の増加に伴い, 流体応力と相関関係にある位相差 δ が増加する傾向を示した. また, 図 4 には, 各流量における作動流体の位相差 δ を最大値 δ_{\max} で正規化した, 正規化位相差 δ/δ_{\max} のラインプロファイルを示す. 図 4(a)には拡大率 10 倍で, 図 4(b)には拡大率 40 倍で計測した結果を示す. グラフの横軸は流路幅方向 y , 縦軸は位相差 δ および正規化位相差 δ/δ_{\max} である. 横軸 y は流路半幅 w で正規化しており, $y/w=0$ が流路中心, $y/w=\pm 1$ が流路壁を指す. 40 倍のグラフの横軸は 10 倍のグラフの $y/w=0.6-1$ に対応している. 図 4 より, 位相差が, 流路の中心 ($y/w=0$) 付近および流路壁面近傍において減少し, 流路壁面から少し離れた箇所で極大値となる傾向を示した.

位相差と流体応力場の空間強度分布を比較検証する. 正規化位相差 δ/δ_{\max} および主応力差の光軸方向 (z 方向) 積算値 $\int \sigma_{ad} dz$ を最大値で正規化した $[\int \sigma_{ad} dz]/([\int \sigma_{ad} dz]_{\max})$ のラインプロファイルを図 5(a)に示す. なお, 位相差の計測データには, 流量 30 mL/min, 撮影倍率 10 倍の条件で撮影した計測結果を用いた. 応力光学則 (式 (1)) より位相差 δ と主応力差の光軸方向積算値 $\int \sigma_{ad} dz$ は比例関係にあるため, 両者の空間強度分布は一致するはずである. しかし, 図 5(a)より, 両者の空間強度分布は流路中心付近および流路壁面近傍において一致しない傾向を示した. 計測した位相差が流路中央で 0 でない傾向は, 応力光学則の三次元性を考慮することで解消できる¹¹⁾. 一方で, 流路壁面近傍での挙動が異なる理由については, 理論解では流路が完全な矩形断面を有することを前提としているが, 実験では流路が完全な矩形断面ではなく壁面に曲率を有する (図 5(b)) ためであると考えられる.

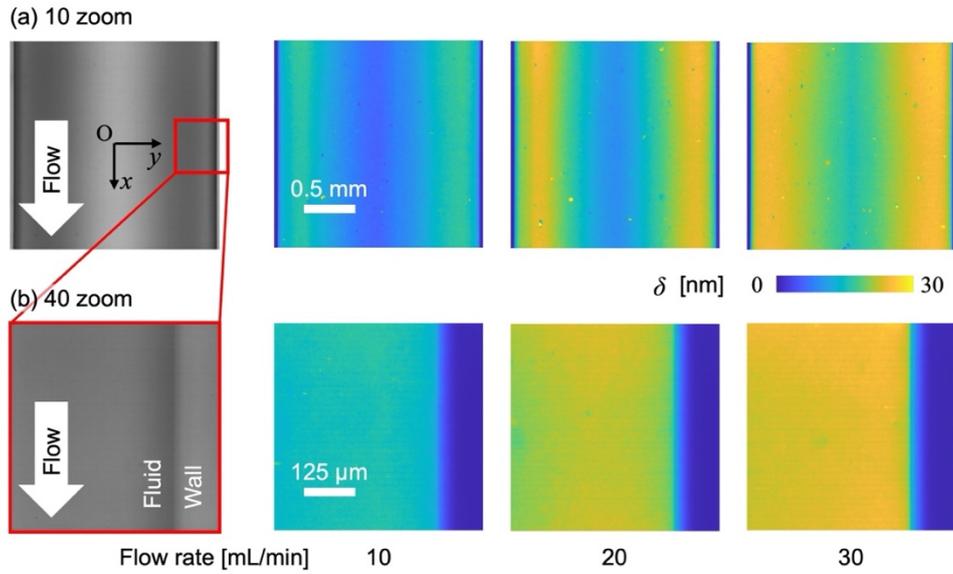


図 3. 位相差の可視化画像. (a) 10 倍, (b) 40 倍で計測された.

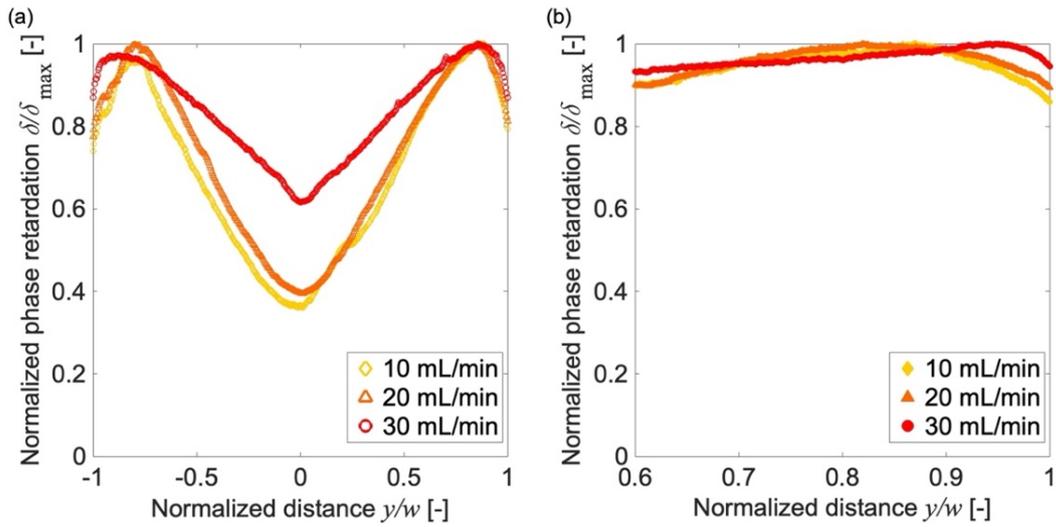


図 4. 正規化された位相差のラインプロファイル. (a) 10 倍, (b) 40 倍で計測された.

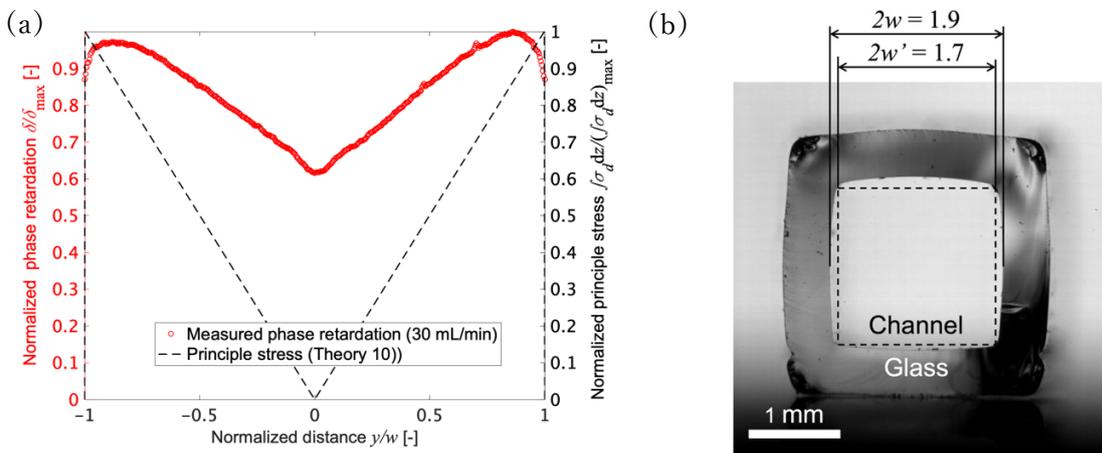


図 5. (a) 位相差と主応力差の比較. (b) ガラス流路断面の計測画像.

5. 流体応力場データの信頼性の検証

流速 u の PIV 計測データから算出したせん断応力 τ と、位相差 δ の流動複屈折計測データから算出した複屈折 δ_n のラインプロファイルを図 6 に示す。両者の一致度合いから、流動複屈折法の信頼性を検証した。図 6(a) および図 6(b) には、拡大率 10 倍および拡大率 40 倍における計測結果をそれぞれ示す。図 6(b) の黒の破線より右側の領域 ($y/w = 0.882 - 1$) は壁面の湾曲部が影響する範囲を示している。なお、せん断応力は撮影倍率 10 倍における平均流速の計測データを 4 次多項式でカーブフィッティングして、ニュートンの粘性法則 (式 (6)) を適用することで算出した。

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (6)$$

また、複屈折は式 (1) より、時空間平均位相差を光軸方向距離で除すことで算出した。ここで、光軸方向距離の算出は、ガラス製矩形流路の断面を撮影した画像 (図 5(b)) を二値化して、カーブフィッティングにより算出した。

図 6(a) より、せん断応力と複屈折の空間強度分布は、流路中央で小さく、流路壁に近づくに連れて単調増加する同様の傾向が確認された。流路壁に近づく際、せん断応力は緩やかに上昇する一方で、複屈折は壁面近傍で急激に上昇しており、両分布に違いが生じた。複屈折の急激な上昇傾向を示す変曲点は、壁面から距離約 $38 \mu\text{m}$ 離れた位置 ($y/w = 0.96$) に存在した。一方で、壁面の歪みは $112 \mu\text{m}$ 離れた位置 ($y/w = 0.882$) に及んでいた (図 6(b) の黒の破線)。したがって、せん断応力と複屈折の両分布に差が生じる原因として、壁面付近の曲率 (図 5(b)) による影響が考えられる。壁面の曲率により壁面近傍における光軸方向距離の変化量が増大することで、複屈折の急上昇が生じている可能性がある。また、PIV 計測用の作動流体 (NaI, ナイロンパウダー, ODMAO) と流動複屈折計測用の作動流体 (NaI, CNC) はせん断粘度が異なるため (図 7), 両者の壁面近傍における分布に差が生じた可能性も考えられる。せん断粘度による影響の調査は今後の検討課題とする。

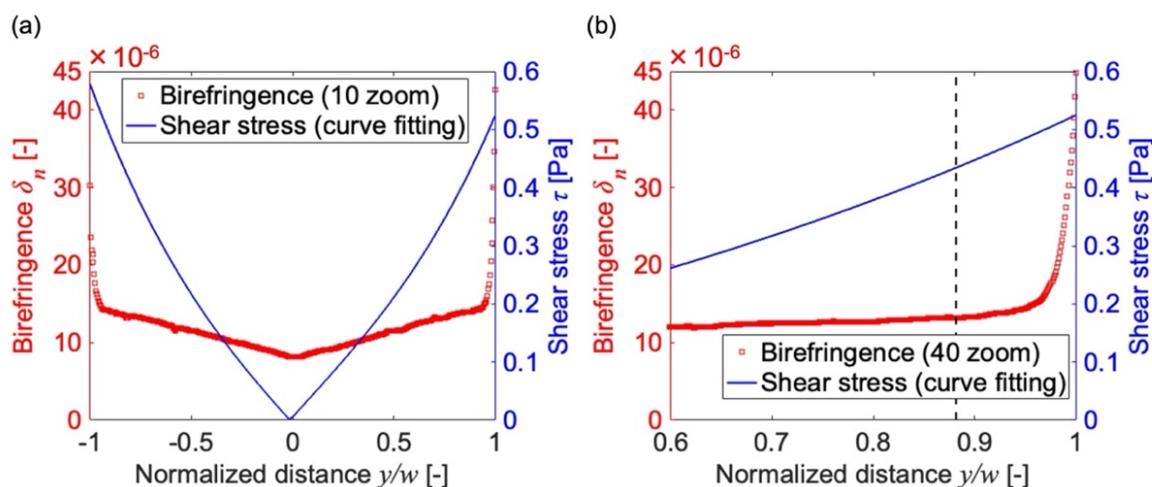


図 6. せん断応力と複屈折の比較。(a) 10 倍, (b) 40 倍で計測された。

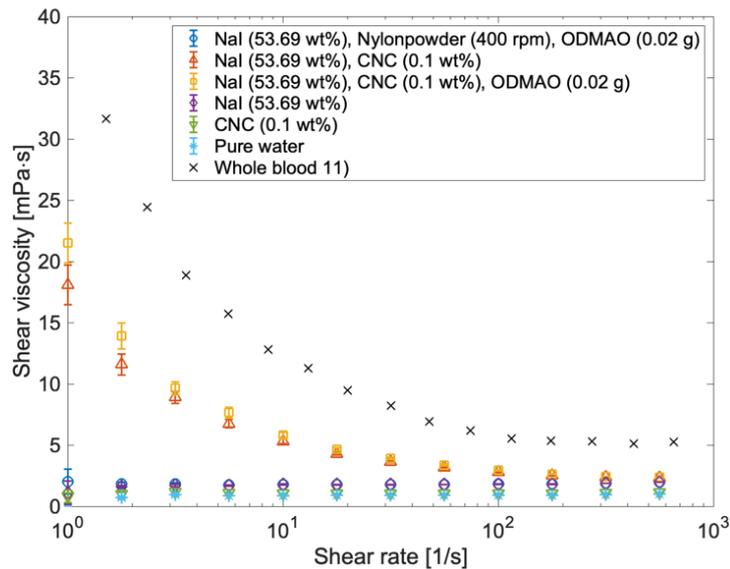


図 7. 作動流体のせん断粘度.

6. まとめ

高速度偏光カメラを用いた流動複屈折法の信頼性確認に向けて、PIV 法および流動複屈折法により流速場と流体応力場の実験計測を実施した。また、両者の計測値から算出したせん断応力場および複屈折場の比較検証を実施した。これにより、以下の知見を得た。

- PIV 法において、流速分布の実験値が理論解と概ね一致する傾向を示した。
- 流動複屈折法において、作動流体の流量の増加に伴い、流体応力と相関関係にある位相差の増加が確認された。また、位相差分布は流路中央と壁面近傍において減少する傾向を示した。
- PIV 法と流動複屈折法の計測データから算出された、せん断応力場と複屈折場の違いについて調査した。その結果、両者の空間強度分布において、流路中央で小さく、壁面に近づくにつれて単調増加する同様の傾向が確認された。一方で、複屈折は壁面近傍で急激に上昇しており、この原因として壁面の曲率による影響が示唆された。

謝辞

本研究を遂行するにあたり、公益財団法人 天野工業技術研究所から多大なご支援を頂きました。ここに記して謝意を示します。

参考文献

- 1) Shojima, M., Oshima, M., Takagi, K., Torii, R., Hayakawa, M., Katada, K., Morita, A., Kirino, T., Magnitude and role of wall shear stress on cerebral aneurysm, *Stroke*, Vol.35, No.11 (2004), pp.2500–2505.
- 2) Malek, A.M., Alper, S.L., Izumo, S., Hemodynamic shear stress and its role in atherosclerosis, *Journal of the American Medical Association*, Vol.282, No.21 (1999), pp.2035–2042.
- 3) 山本剛宏, 複雑流体の流動および流動誘起構造の解析, 数理解析研究所講究録, Vol.1957 (2015),

pp.196–176.

- 4) 武藤真和, 田川義之, 動的流体応力場の実験的可視化手法の開発, *ながれ*, Vol.38, No.6 (2019), pp.419–422.
- 5) 武藤真和, ウォービー K.A. ウィリアム, 中峰健登, 横山裕杜, 田川義之, 流動複屈折計測とインデックスマッチングを複合した円管内流体応力場の計測手法の開発, *ながれ*, Vol.41, No.6 (2022), pp.383–386.
- 6) 小池康博, 多加谷明広著, 高分子学会編, フォトニクスポリマー, 共立出版 (2004), pp.36–37.
- 7) 辻二郎, 西田正孝, 河田幸三, 光弾性実験法, 日刊工業新聞社 (1965), pp.286–295.
- 8) Delplace, F., Laminar flow of Nnewtonian liquids in ducts of rectangular cross-section a model for both physics and mathematics, *Open Access Journal of Mathematical Theoretical Physics*, Vol. 1, No. 5 (2018), pp.198–201.
- 9) 長本英俊, 小林洋介, 大友純一郎, 大島榮次, 矩形マイクロ流路の流動特性, *化学工学論文集*, Vol.32, No.3 (2006), pp.293–296.
- 10) Nakamine, K., Yokoyama, Y., Worby, W.K.A., Muto, M., Tagawa, Y., Integrated photoelasticity measurements of a three-dimensional laminar flow: second-order stress terms in the stress-optic law, *Optica Open*, (2023).
- 11) 武藤真和, 小林和也, 高分子ゲルおよび液体高分子の応力相互作用の高速度光弾性法による可視化技術の開発, *可視化情報学会誌*, Vol.43, No.167 (2023), pp.46–49.